

TUTASHMALAR

Chizmalar chizishda, ko'pincha, bir chiziq (to'g'ri yoki egri) dan ikkinchi chiziqqa ravon (silliq) o'tishga to'g'ri keladi. Chizmada bir chiziqni ikkinchi chiziqqa silliq o'tishiga tutashma deyiladi. Bir chiziq ikkinchisiga o'tadigan nuqta tutashuv nuqtasi deb ataladi.

Tutashuvlar quyidagi ko'rinishlarda mavjud bo'ladi:

- 1) aylana yoylari bilan to'g'ri chiziqning tutashuvi;
- 2) ikki to'g'ri chiziq bilan aylana yoyining tutashuvi;
- 3) aylana yoyi bilan to'g'ri chiziqning tutashuvi;
- 4) ikki aylana yoylari bilan uchinchi aylana yoyi bilan tutashuvi.

Tutashmalar yasashda tutashuv nuqtalari, tutashtirish markazi va tutashtirish radiusini topishga to'g'ri keladi. Bu elementlardan bitta yoki ikkitasi berilishi mumkin.

1.1-§. Ikki aylana yoylarini to'g'ri chiziq bilan tutashtirish

Aylana yoylariga tashqi va ichki urinmalar o'tkazishdan iborat. Dastlab bitta aylana yoyiga urinma o'tkazishni ko'rib chiqamiz. Berilgan A nuqta orqali o'tuvchi urinma yasashda ikki hol bo'lishi mumkin: A nuqta aylanada va aylanadan tashqarida yotishi mumkin.

1-hol. A nuqta aylanada yotgan bo'lsa (2.21-shakl, a) OA radiusni o'tkazamiz va uning davomiga $AB=OB$ kesmani o'lchab qo'yamiz. So'ngra A nuqta orqali OB to'g'ri chiziqqa CD perpendikulyar to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Ana shu to'g'ri chiziq berilgan aylanaga A nuqtada urinib o'tadi, ya'ni aylana A nuqtada to'g'ri chiziq bilan tutashadi.

2-hol. A nuqta aylanadan tashqarida berilgan bo'lsa (2.21-shakl, b), A nuqtani aylana markazi O bilan tutashtiramiz. OA kesmani teng ikkiga bo'lamiz va uning teng o'rtasi (C nuqta)dan CO radius bilan berilgan

aylanani K va K_1 nuqtalarda kesib o'tuvchi aylana chizamiz. K va K_1 nuqtalarni A nuqta bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan AK va AK_1 to'g'ri chiziqlar berilgan A nuqtadan aylanaga K va K_1 nuqtalarda o'tkazilgan urinmalar bo'ladi. K va K_1 nuqtalar berilgan aylana bilan o'tkazilgan urinma to'g'ri chiziqning tutashuv nuqtalari bo'ladi.

1.2-§ Har xil radiusli ikki aylanaga urinma o'tkazishda, ya'ni ikki aylana yoylarini to'g'ri chiziq bilan tutashtirish

2.22-shaklda ko'rsatilgan. Tashqi urinmani yasash uchun (2.22-shakl, a) aylana markazlari orasidagi OO_1 masofani teng ikkiga bo'lib O_2 nuqtani aniqlaymiz.

Topilgan O_2 nuqtani markaz qilib O_2O radiusli aylana chizamiz. So'ngra berilgan aylanalarning radiuslari ayirmasi, ya'ni $(R-R_1)$ radius bilan katta aylana markazi O dan yordamchi aylana chizamiz. Bu o'tkazilgan aylanalarning o'zaro kesishgan nuqtasi K_o bo'ladi. So'ngra K_o nuqta O markaz bilan tutashtirilib, davom ettiriladi; uning katta aylana bilan kesishgan nuqtasi K topiladi. Hosil bo'lgan OK radiusga parallel qilib kichik aylana markazi O_1 orqali to'g'ri chiziq o'tkaziladi va uning aylana bilan kesishgan K_1 nuqtasi aniqlanadi. Topilgan K va K_1 nuqtalar o'zaro tutashtiriladi. Hosil bo'lgan KK_1 to'g'ri chiziq berilgan aylanalarga urinma bo'ladi.

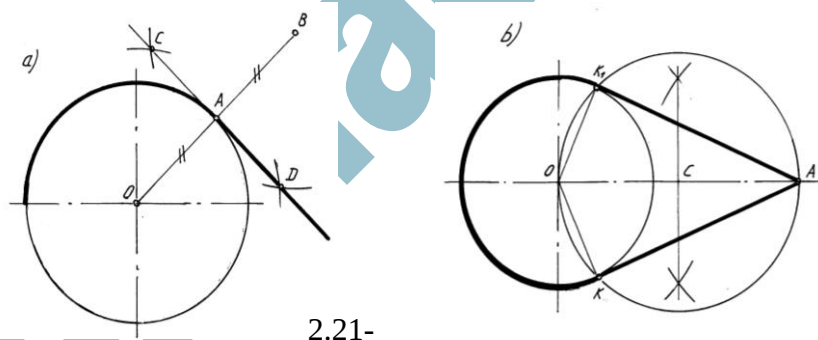
Berilgan aylanalarga ichki urinmalar o'tkazish ham xuddi yuqoridagi kabi bajariladi. Faqat bu holda yordamchi aylananing radiusi berilgan aylanalarning yig'indisi $R+R_1$ ga teng (2.22-shakl, b).

2.3-§ Ikki to'g'ri chiziqni radiusi bilan berilgan aylana yoyi bilan tutashtirish. 2.23-shakl, a da o'zaro o'tkir burchak ostida kesishuvchi AB va AC to'g'ri chiziqlarni berilgan R radius bilan tutashtirish ko'rsatilgan.

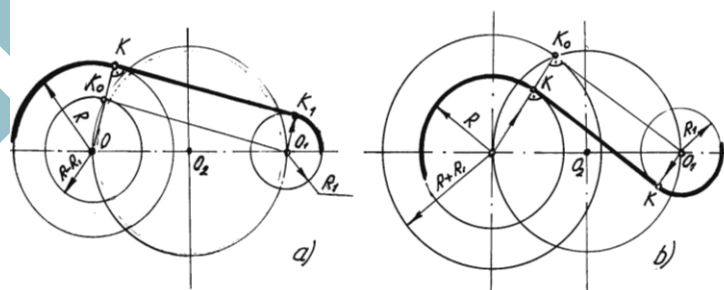
Buning uchun berilgan AB va AC to'g'ri chiziqlarga parallel qilib R masofada yordamchi to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan va ularning o'zaro kesishish nuqtasi O topilgan. O nuqtadan AB va AC to'g'ri chiziqlarga perpendikulyar tushirib, K va K_1 nuqtalar aniqlangan. So'ngra berilgan R radius bilan K K_1 yoy o'tkazilgan, ya'ni tutashma bajarilgan.

O'zaro o'tmas burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziqlarni tutashtirish ham xuddi yuqoridagi kabi bajariladi (2.23-shakl, b).

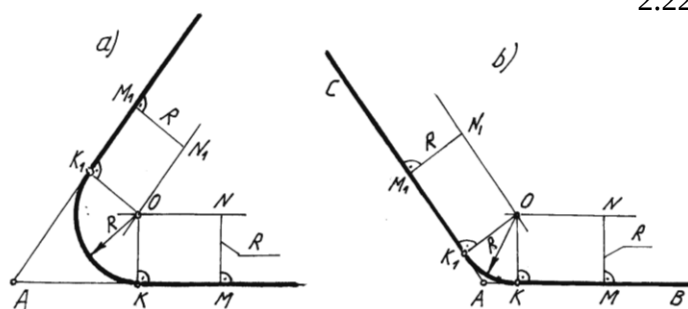
To'g'ri chiziqlar o'zaro perpendikulyar vaziyatda kesishgan bo'lsa, tutashmani sirkul yordamida bajarish ancha osonlashadi. Buning uchun to'g'ri burchakning A uchini markaz deb qabul qilib ixtiyoriy R_1 radiusli yordamchi aylana chiziladi. Yordamchi aylana to'g'ri burchak tomonlarini K va K_1 nuqtalarda kesadi, markazlari K va K_1 nuqtalarda bo'lgan R radiusli aylana yoylari O nuqtada kesishadi. Bu O nuqta tutashtirish



2.21-



2.22-



markazi bo'ladi. So'ngra O nuqtadan R radius bilan K va K_1 nuqtalarni tutashtuvchi aylana yoyi chiziladi.

2.4 Parallel to'g'ri chiziqlarning tutashuvi. Ikki parallel to'g'ri chiziq aylana yoylari vositasida turlicha tutashuvi mumkin. Ulardan ba'zilarini quyida qarab chiqamiz.

AB va CD parallel to'g'ri chiziqlarni bitta aylana yoyi vositasida tutashuvini yasash. Dastlab tutashuv nuqtalaridan biri berilgan holini qaraymiz. Masalan, K nuqta AB to'g'ri chiziqda berilgan (2.24-shakl, a).

Tutashuv nuqtasining ikkinchisini topish uchun K nuqtadan CD ga perpendikulyar o'tkazamiz. O'tkazilgan perpendikulyar bilan CD nuqta kesishishdan K_1 nuqtani hosil qilamiz. Tutashtirish markazi O nuqta KK_1 kesmani teng ikkiga bo'lib topiladi. So'ngra O markazdan K va K_1 nuqtalarni tutashtiruvchi R radiusli aylana yoyi o'tkaziladi.

2.24-shakl, bda tutashuv nuqtalari K va K_1 lar bir perpendikulyarda joylashgan turli yo'nalishda ikkita parallel to'g'ri chiziqlarni tutashtirish ko'rsatilgan. Bunda tutashtirish radiuslarining uzunligi KK_1 kesmaning to'rtidan biriga teng. Tutashuvning uchinchi nuqtasi K_2 nuqta K K_1 ni teng ikkiga bo'lib topilgan. Tutashtirish markazlari O va O_1 lar K K_2 va K_1 K_2 kesmalarni teng ikkiga bo'lib aniqlangan. Tutashmani yasash O va O_1 markazlardan R radiusli aylana yoylari o'tkazib bajarilgan.

2.24-shakl, c da ikki parallel to'g'ri chiziqda yotgan va bir perpendikulyarda yotmagan K va K_1 nuqtalarni tutashtirish ko'rsatilgan. Agar tutashtirish radiuslari bir-biriga teng bo'lsa, uchinchi (K_2) tutashuv nuqtasi K K_1 teng ikkiga bo'lib topiladi. Tutashtirish yoylarining markazlari K va K_1 dan berilgan to'g'ri chiziqlarga o'tkazilgan perpendikulyar bilan K K_2 va K_1 K_2 kesmalarning teng o'rtalaridan

o'tkazilgan perpendikulyarning kesishish nuqtalari (O va O_1) bo'ladi. O markazdan OK radius bilan O_1 markazdan $O_1 K_1$ radius bilan aylana yoylari o'tkazib $K_1 K_2$ va K_1 nuqtalar silliq tutashtiriladi ($OK=O_1K_1=R$).

Parallel to'g'ri chiziqlarni har xil radiusli aylana yoylari bilan ham tutashtirish mumkin. Buning uchun qo'shimcha yo ikki yoyning tutashuv nuqtasi yoki yoylardan birining radiusi berilishi kerak.

2.24-shakl, d da parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan K va K_1 hamda ikkita yoyning tutashuv nuqtasi K_2 berilgan. Bu shaklda bir xil radiusli aylana yoylari yordamida tutashmani bajarish ko'rsatilgan. Uchala nuqta ham $K K_1$ to'g'ri chiziqda yotadi. Tutashtirish yoylari markazlarini topish uchun to'g'ri chiziqlarning K va K_1 nuqtalaridan perpendikulyarlar o'tkaziladi. Keiyn $K K_2$ va $K_1 K_2$ kesmaning teng o'rtasidan perpendikulyarlar chiqariladi. Chiqarilgan va avval o'tkazilgan perpendikulyarlar O va O_1 nuqtalarda kesishadi. O va O_1 nuqtalar tutashtirish yoylarining markazlari bo'ladi. Bu markazlardan OK va $O_1 K_1$ radiusli yoylar o'tkazib $K_1 K_2$ va K_1 nuqtalar tutashtiriladi.

2.24-shakl, e da har xil radiusli aylana yoylari yordamida tutashmani bajarish ko'rsatilgan.

2.5-To'g'ri chiziqni aylana yoyi bilan yoy vositasida tutashtirish. Bu holda ikki xil: tashqi va ichki tutashtirish ro'y beradi.

2.25-shakl, a da AB to'g'ri chiziqni R radiusli aylana yoyi bilan berilgan R_1 radiusli yoy vositasida tashqi tutashtirish ko'rsatilgan. Dastlab tutashtirish markazi O_1 topilgan. Buning uchun avval R_1 masofada berilgan to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilgan. So'ngra O markazdan $R+R_1$ radiusli aylana o'tkazilgan. O'tkazilgan to'g'ri chiziq va aylana

o'zaro kesishib tutashtirish markazi O_1 hosil bo'lgan. Markazi O_1 da bo'lgan R_1 radiusli aylana yoyi bilan K va K_1 nuqtalar tutashtirilgan.

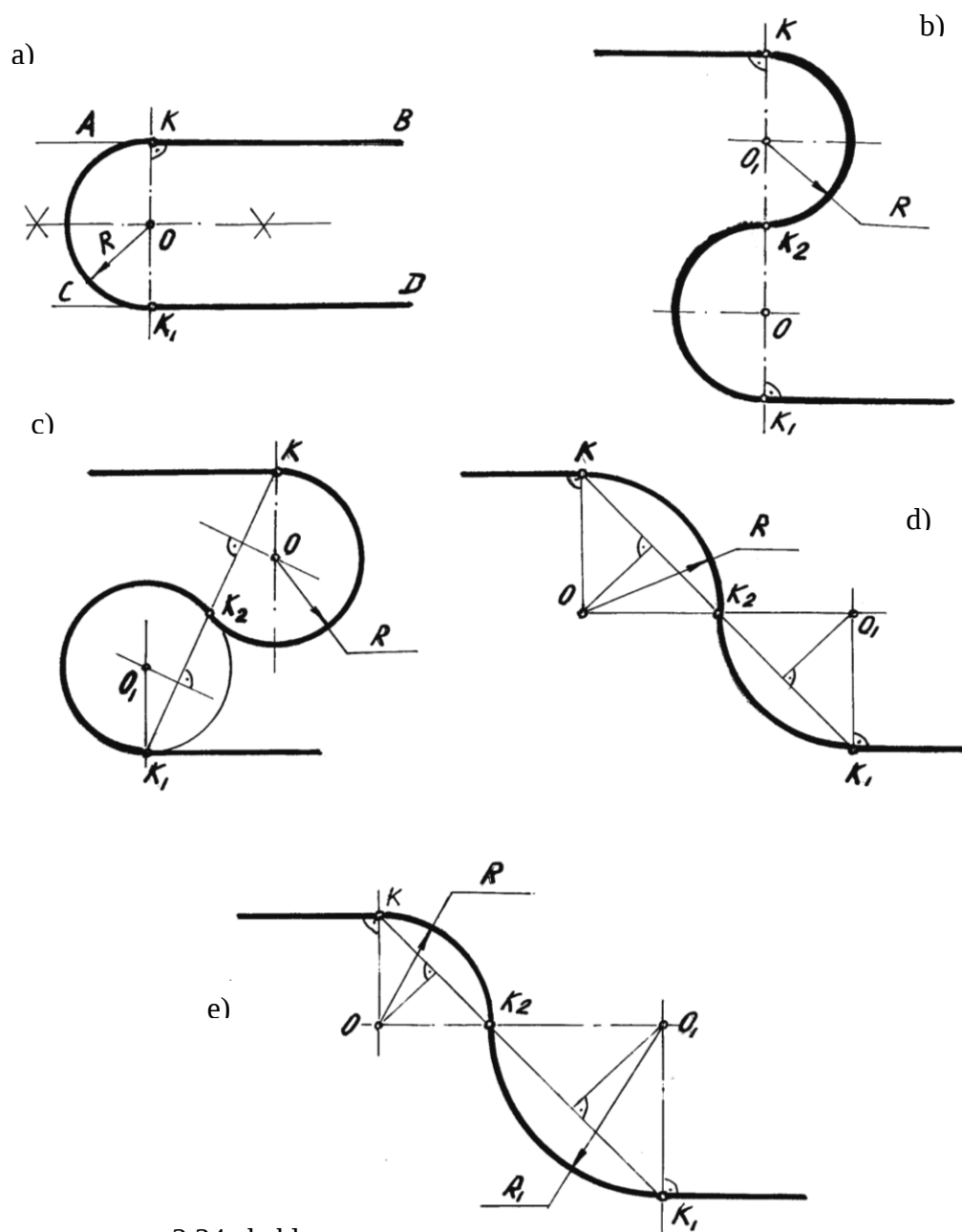
2.25-shakl, b da to'g'ri chiziq bilan R radiusli aylana yoyini berilgan R_1 radiusli yoy vositasida ichki tutashtirish ko'rsatilgan.

Tutashtirish markazi O_1 topish uchun R_1 masofada AB to'g'ri chiziqqa parallel yordamchi to'g'ri chiziq o'tkazamiz. O markazdan esa $(R - R_1)$ radius bilan aylana yoyi chizamiz. Yordamchi to'g'ri chiziq va aylana yoyi O_1 nuqtada kesishadi va bu nuqta tutashtirish markazi bo'ladi. So'ngra O_1 nuqtadan AB to'g'ri chiziqqa O_1K_1 perpendikulyar tushirib, tutashish nuqtasi K ni; OO_1 markazlar chizig'i bilan R radiusli aylana yoyining kesishish joyida ikkinchi tutashuv nuqtasi K_1 ni topamiz. Topilgan K va K_1 nuqtalar markazi O_1 nuqtada bo'lgan R_1 radiusli aylana yoyi bilan tutashtiriladi.

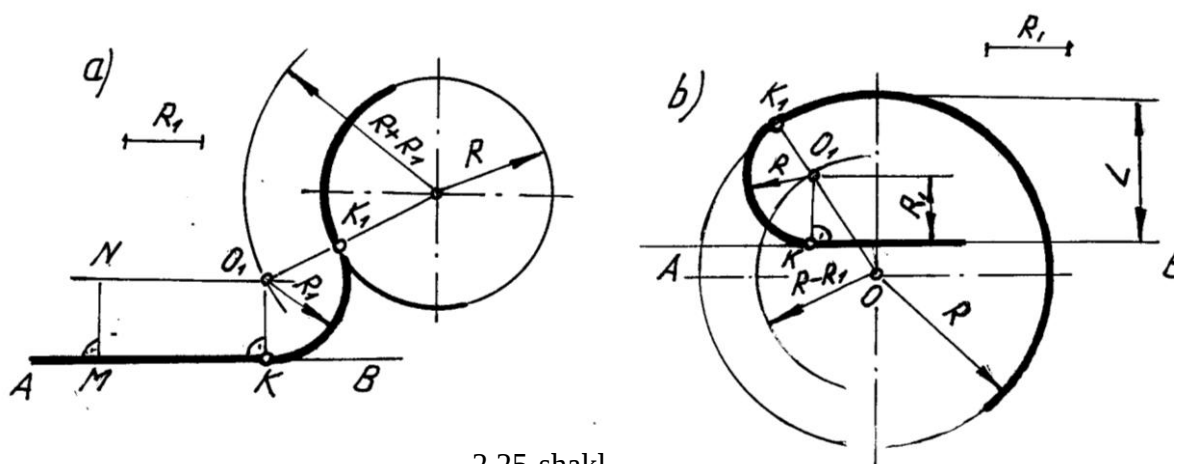
2.6.-Ikki aylana yoyini uchinchi aylana yoyi vositasida tutashtirish. Ikki aylana yoyini berilgan radiusli uchinchi yoy vositasida tashqi va ichki tutashtirish mumkin.

2.26-shaklda radiusi R_1 va markazi O_1 nuqtada hamda radiusi R_2 va markazi O_2 nuqtada bo'lgan aylanalar R radiusli aylana yoyi bilan tashqi tutashtirish ko'rsatilgan.

Buning uchun berilgan aylana radiuslariga tutashtirish radiusi R ni qo'shib $(R+R_1)$ radius bilan O_1 markazdan, shuningdek, (R_2+R) radius bilan O_2 markazdan yoylar chizilgan. Yoylar o'zaro kesishib, tutashma markazi O nuqta topilgan. So'ngra topilgan O nuqta berilgan aylanalarning markazlari O_1 va O_2 bilan tutashtirilib, K va K_1 nuqtalar aniqlangan. Bu



2.24-shakl.



2.25-shakl.

nuqtalar izlanayotgan tutashuv nuqtalaridir. So`ngra O markazdan R radius bilan K va K_1 nuqtalar tutashtirilgan.

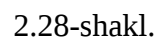
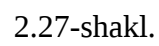
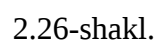
2.27-shaklda radiuslari R_1 va R_2 hamda markazlari O_1 va O_2 nuqtalarda joylashgan aylanalarni R radiusli aylana yoyi bilan ichki tutashtirish ko`rsatilgan.

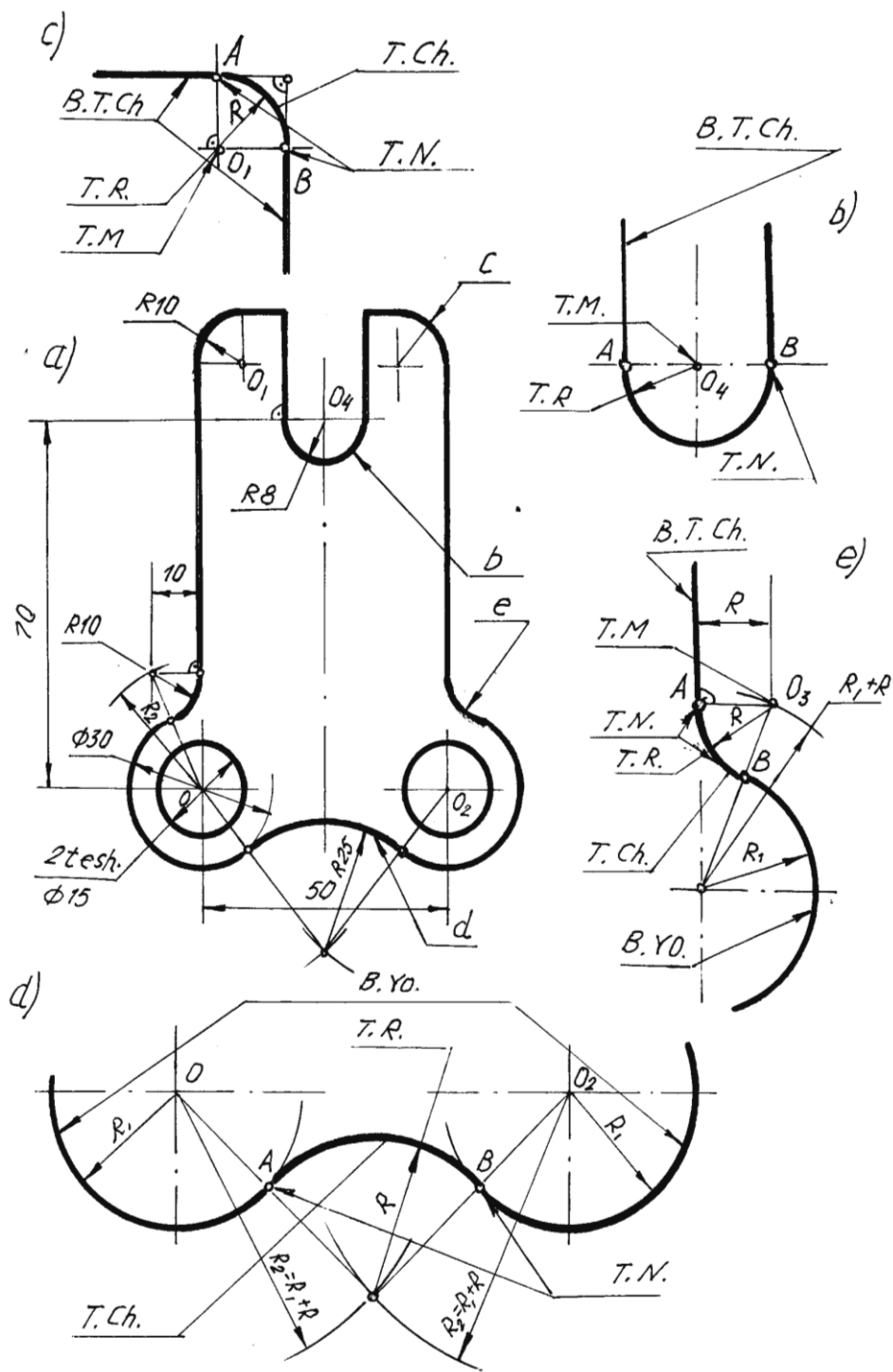
Buning uchun kichik aylana markazi O_1 dan $R-R_1$ radiusli hamda katta aylana markazi O_2 dan $R-R_2$ radiusli yoylar chizilgan. Bu yoylar o`zaro kesishib tutashtirish markazi  $O$  hosil qilingan.  $O$  nuqta hamda  $O_1$  va  $O_2$  markazlar orqali  $OO_1$  va  $OO_2$  to`g`ri chiziqlar o`tkazib berilgan aylanalarda tutashmaga oid K va K_1 nuqtalar topilgan. So`ngra topilgan K va K_1 nuqtalar O markazdan R radiusli aylana yoyi vositasida tutashtirilgan.

Endi tashqi va ichki tutashmalarni o`z ichiga olgan misol qaraymiz.

2.28-shaklda radiuslari R_1 va R_2 hamda markazlari O_1 va O_2 nuqtalarda bo`lgan aylanalarni  $R$  radiusli aylana yoyi bilan tutashtirish ko`rsatilgan. Bunda tutashma yoyi kichik aylanaga ichki, katta aylanaga tashqi tomoni bilan uringan.

Bu tutashmani yasash uchun kichik aylana markazi O_1 dan $R-R_1$ bilan hamda katta aylana markazi O_2 dan $R+R_2$ radius bilan yoylar chizilgan; yoylar o`zaro kesishib, tutashtirish markazi  $O$  nuqta hosil bo`lgan. O nuqta berilgan aylanalar markazi O_1 va O_2 nuqtalar bilan tutashtirilib, tutashmaga oid K va K_1 nuqtalar topilgan. So`ngra, O markazdan R radiusli aylana yoyi bilan K va K_1 nuqtalar tutashtirilgan. Demak, bajarilgan bu tutashma kichik aylanaga ichki tomoni bilan K nuqtada, katta aylanaga esa tashqi tomoni bilan K_1 nuqtada urinadi.





2.29-shakl.

T.M-Tutashtirish markazi.
chiziqlar

T.R-Tutashtirish radiusi

T.N- Tutashish nuqtalari

B.T.Ch- Berilgan to'g'ri

T.Ch-Tutashish chizig'i

B. Yo- Berilgan avlana vovi

2.29-shaklda tutashma yasash usullaridan foydalanib yassi detalning chizmasini bajarish tartibi ko'rsatilgan. Tasvirni bajarishda ikki to'g'ri chiziqni o'zaro tutashtirish (c, b), to'g'ri chiziq bilan aylana yoyini aylana yoyi bilan tutashtirish (e) va ikki aylana yoylarini uchinchi aylana yoyi yordamida tutashtirish (d) usullaridan foydalanilgan.

Ovallar yasash. Texnikada ba'zi detallarning konturi oval yoki ovoid shakliga ega. Oval har xil radiusli aylana yoylaridan tuzilgan yopiq egri chiziq. Oval ikkita simmetriya o'qiga ega. Lekin bitta simmetriya o'qiga ega bo'lgan ovallar ham uchrab turadi, bunday ovallarga ovoid deyiladi.

Quyidagi oval yasashga doir misollar qarab chiqamiz.

2.30-shaklda berilgan AB kichik o'qi bo'yicha oval yasash ko'rsatilgan. Buning uchun AB o'qning o'rtasi, ya'ni O nuqtadan perpendikulyar o'tkazilgan; keyin O markazdan $R = \frac{AB}{2}$ radius bilan aylana chizib, o'tkazilgan perpendikulyarda O₁ va O₂ nuqtalar topilgan. A va B nuqtalardan AO₁, AO₂ va BO₁, BO₂ nurlar o'tkazilgan.

Keyin A va B nuqtalarni markaz deb, R₂=AB radius bilan yoylar o'tkazib 1, 2, 3 va 4 nuqtalar topilgan. So'ngida O₁ va O₂ markazlardan R₁ radiusli aylana yoylari chizilgan (R₁=O₁1=O₁2=O₂3=O₂4). Yasalgan oval 12, 2A, A4, 43 va 3 B, B1 aylana yoylaridan tashkil topgan.

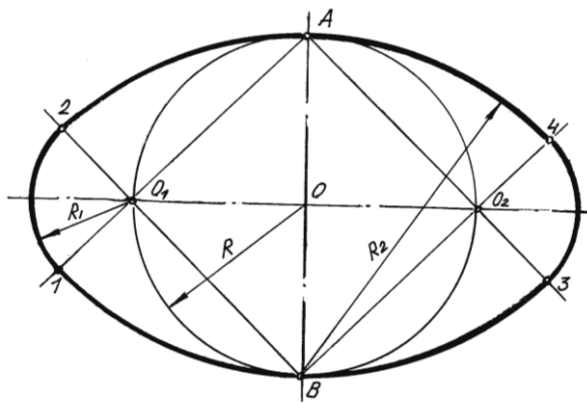
2.31-shaklda katta o'qining uzunligi AB berilgan ovalni yasash ko'rsatilgan.

Buning uchun AB o'q teng to'rt bo'lakka bo'lingan. So'ngra AB ning o'rtasi O nuqtadan perpendikulyar chiqarilgan. Keyin O₁ va O₂ markazlardan R=O₁O₂ radius bilan yoylar chizib O₃ va O₄ nuqtalar topilgan. Topilgan O₁, O₂, O₃, va O₄ markazlar to'g'ri chiziq vositasida

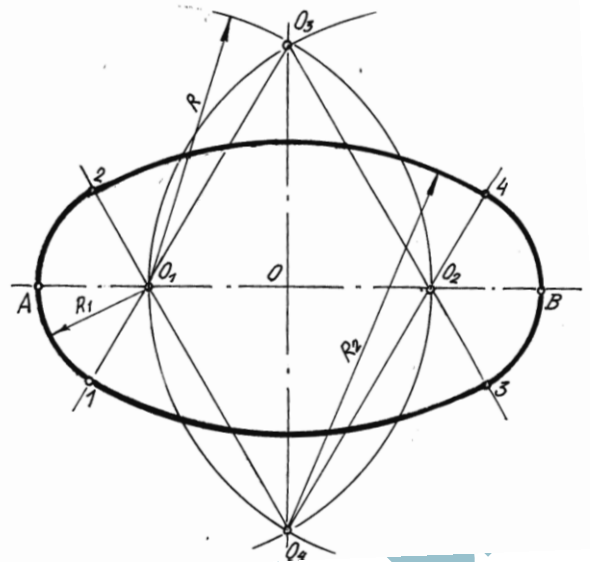
tutashtirilgan va to'g'ri chiziqlar davom ettirilgan. Keyin O_1 va O_2 markazlardan $R_1=O_1A=O_2B$ radiusli yo'ylar chizib 1,2 va 3,4 nuqtalar topilgan. Nihoyat O_3 va O_4 markazlardan $R_2=O_31=O_32=O_42=O_44$ radiusli yo'ylar chizilgan va 1A,A2 24, 4B, B3 31, 1A aylanaga yo'ylaridan tashkil topgan oval yasalgan.

2.32-shaklda katta AB va kichik CE o'qlarining uzunliklari berilgan oval yasash ko'rsatilgan.

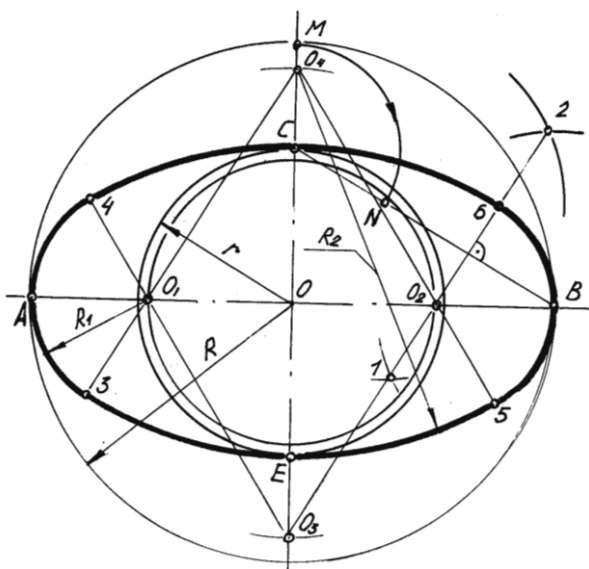
Dastlab ixtiyoriy O nuqta tanlab o'zaro perpendikul to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan va O nuqta markazi deb qabul qilingan. Keyin o'tkazilgan perpendikulyar chiziqlarga O dan boshlab o'ng va chapga hamda yuqori va pastga berilgan o'qlar uzunliklari yarmi o'lchab qo'yib, yasaladigan oval o'qlari uchlari A, B va C, E nuqtalar topilgan; topilgan B va C nuqtalardan to'g'ri chiziq o'tkazib BC kesma hosil qilingan. Hosil bo'lgan BC kesma uzunligidan AB va CE o'qlar uzunliklari ayirmasining yarmi $((AB-CE)/2=CM)$ ya'ni CM kesma uzunligi CB kesmada C nuqtadan boshlab o'lchab qo'yilib N nuqta topilgan ($CM=CN$). So'ngra BN kesma o'rtasidan 12 perpendikulyar o'tkazilgan. Bu 12 perpendikulyar AB o'qni O_2 nuqtada, CE o'qni O_3 nuqtada kesadi. Hosil bo'lgan OO_2 va OO_3 masofalar O nuqtadan boshlab chap va yuqoriga o'lchab qo'yilib ($OO_2=OO_1$, $OO_3=OO_4$) O_1 , O_2 , O_3 va O_4 nuqtalar topilgan. Topilgan nuqtalar yasaladigan oval yo'ylarning markazlari bo'ladi. Bu nuqtalardan o'tkazilgan $O_4 O_1$, $O_4 O_2$ va $O_3 O_2$, $O_3 O_1$ nurlar oval yo'ylarning chegaralarini belgilaydi. Pirovardida topilgan O_1 va O_2 markazlardan



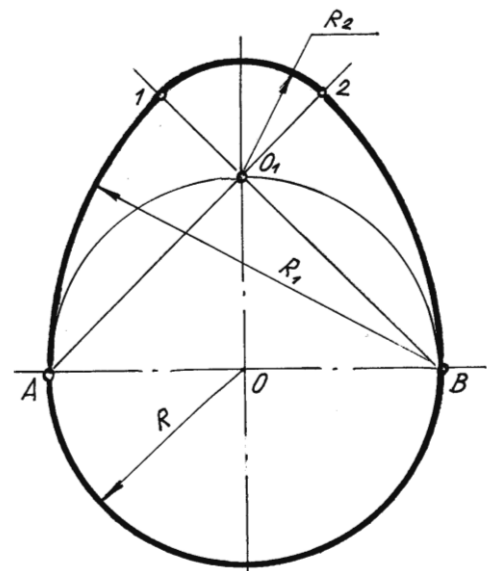
2.30-shakl.



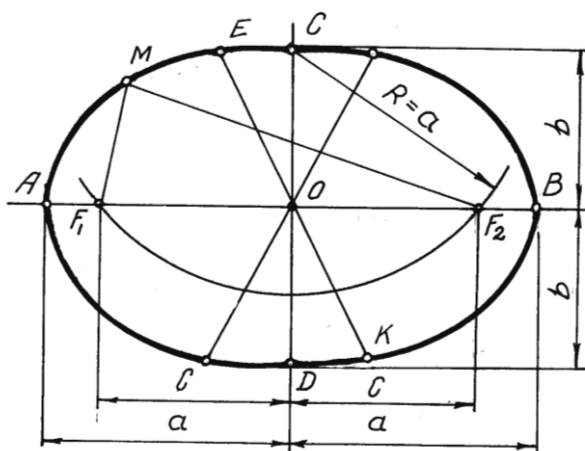
2.31-shakl.



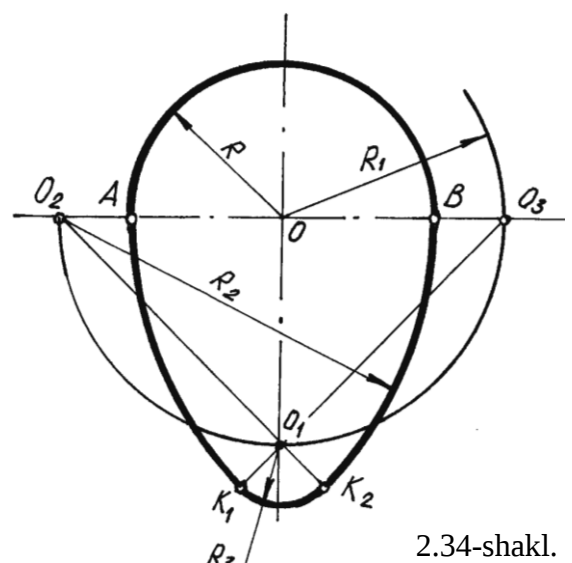
2.32-shakl.



2.33-shakl.



2.35-shakl.



2.34-shakl.

$R_1=O_1A=O_2B$ radiusli, O_3 va O_4 markazlardan $R_2=O_3C=O_4E$ radiusli yoylar chizilib oval hosil qilinadi.

2.33-shaklda berilgan AB kesma bo'yicha bir o'qli oval ya'ni ovoid yasash ko'rsatilgan.

Buning uchun AB kesma o'rtasi O nuqtadan $R=\frac{AB}{2}$ radiusli aylana chizilgan va O nuqtadan AB ga perpendikulyar o'tkazilgan; perpendikulyarning aylana bilan kesishish nuqtasi O_1 aniqlangan. A va B nuqtalardan O_1 orqali o'tuvchi AO_1 va BO_1 nurlar o'tkazilgan; keyin A va B nuqtalardan $R_1=AB$ radiusli yoylar o'tkazib AO_1 va BO_1 nurlarda 1 va 2 nuqtalar topilgan. Keyin O_1 markazdan $R_2=O_1I=O_1J$ radiusli yoylar chizilgan va natijada BA yarim aylana yoyi, A1, 12, 2B yoylardan tashkil topgan ovoid hosil bo'lgan.

2.34-shaklda cho'ziq ovoid yasash ko'rsatilgan. Buning uchun ixtiyoriy tanlangan O markazdan $R_1=OO_1>R$ radiusli yordamchi aylana yoyi o'tkazilgan va AB ning davomida O_2 va O_3 markazlar, AB ga O dan chiqarilgan perpendikulyarda esa O_1 markaz aniqlangan. O_2 va O_3 markazlardan o'tkazilgan R_2 radiusli yoylar bilan shu markazlardan o'tkazilgan O_3O_1 va O_2O_1 to'g'ri chiziqlarning kesishishidan K_1 va K_2 tutashuv nuqtalari topilgan.

So'ngra O_2 va O_3 markazlardan R_2 ($R_2=O_3A=O_2B$) radiusli, O_1 markazdan R_3 ($R_3=O_1K_1=O_1K_2$) radiusli aylana yoylari o'tkazib ovoid yasalgan.