

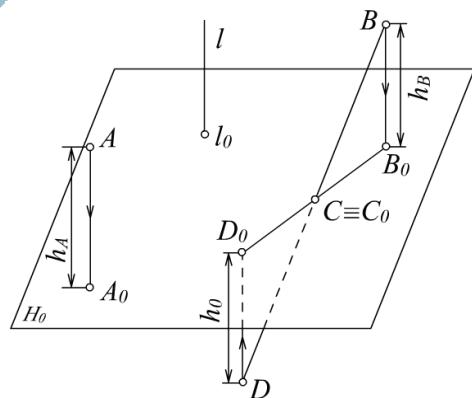
## Sonlar bilan berilgan proyeksiyalar

Nuqta va to‘g‘ri chiziqning proyeksiyaları

Son belgili proyeksiyalar asosan gorizontal o‘lchamlari vertikal o‘lchamlariga nisbatan katta farqli bo‘lgan yer sirtidagi inshoatlar (to‘g‘onlar, katlovonlar, aerodromlar, gidrouzellar va xakozolar)ni loyihalash va tasvirlashda keng qo‘llaniladi. Yer sirtidagi tabiiy tepaliklar, chuqurliklarning releflarini (ya’ni kartografiya va geodeziya) tasvirlashda asosiy proyeksiyalash usuli sifatida foydalaniladi.

Son belgili proyeksiyalarda narsalarning faqat gorizontal proyeksiyalar berilib, frontal proyeksiyasi o‘rniga ob’yekt nuqtalarining gorizontal tekislikdan uzoqliklari son bilan beriladi. Bu gorizontal tekislik nol belgili ( $H_0$ ) gorizontal proyeksiyalar tekisligi deb qabul qilinadi.

Son belgili proyeksiyalarda o‘lchov birligi qilib odatda metr ( $m$ ) qabul qilinadi. 1-rasmida  $H_0$  – proyeksiyalar tekisligidan  $h_A$  masofada joylashgan A nuqtaning  $A_0$ , proyeksiyalar tekisligini kesib o‘tuvchi og‘ma  $BD$  ( $B_0D_0$ ) kesma va proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘lgan  $a$  to‘g‘ri chiziqning  $a_0$  proyeksiyaları berilgan.

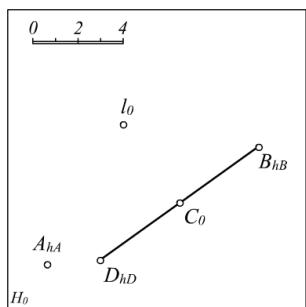


1-rasm

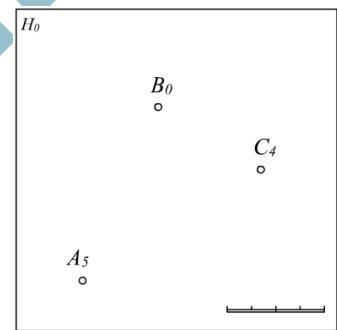
Proyeksiyalar tekisligidan yuqorida joylashgan nuqtalarning belgilari musbat ( $Q$ ) ishorali va tekislikdan pastda joylashgan nuqtalar esa manfiy (-) ishorali deb olinadi. 1-rasmdan ko‘rinib turibdiki A nuqta  $H_0$  tekislikdan  $h_A$  birlik

yuqorida,  $B$  nuqta  $h_B$  birlik yuqorida va  $D$  nuqta esa  $H_0$  tekislikdan  $h_D$  birlik pastda joylashgan. Bu  $BD$  kesmaning  $H_0$  teksilik bilan kesishgan nuqtasi  $C$  esa nol belgili nuqta bo‘lib uning proyeksiyasi  $C_0$  o‘zi bilan ustma-ust tushadi.

2-rasmida yuqoridagi nuqtalarning son belgili proyeksiyalari tasvirlangan bo‘lib, unda nuqtalarning proyeksiyalariga son belgilari mos ravishdagi indekslar bilan yoziladi. Masalan:  $A_{hA}$  bu  $A$  nuqtaning  $H_0$  tekislikdan  $h_A$  masofada joylashganini bildiradi. 3-rasmida nuqtalarning aniq belgilari bilan ortogonal proyeksiyalari tasvirlangan. Nuqtalarning berilgan son belgili proyeksiyalariga asosan ularning fazodagi vaziyatlarini aniqlashda, pozitsion va metrik masalalar yechishda bir xil masshtabdan foydalanish uchun Chizmada chiziqli masshtab beriladi.

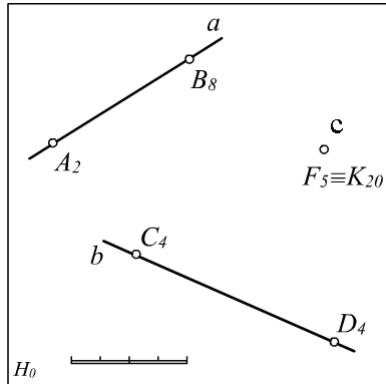


2-rasm



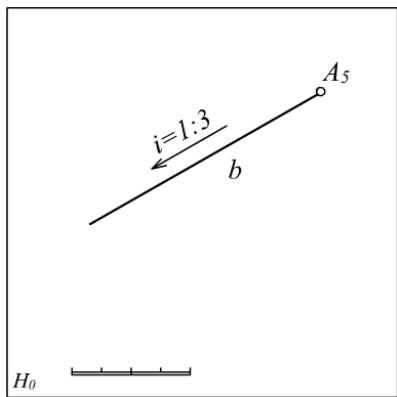
3-rasm

To‘g‘ri chiziq o‘zinng ikki nuqtasining son belgili proyeksiyalari bilan beriladi. Fazodagi biror to‘g‘ri chiziqning  $H_0$  proyeksiyalar tekisligiga nisbatan xolatlari 4-rasmida keltirilgan. Bunda  $a$  to‘g‘ri chiziq  $H_0$  ga nisbatan umumiy vaziyatda, Chunki unga tegishli bo`lgan  $A_2$  va  $B_8$  nuqtalarning son belgilari bir-biridan farqlidir,  $b$  to‘g‘ri chiziq esa  $H_0$  tekislikka parallel joylashganligi undagi  $C_4$  va  $D_4$  nuqtalarning son belgilari bir xil ekanligidan ko`rinib turibdi. Agar to‘g‘ri chiziq  $H_0$  ga perpendikulyar bo`lsa, Chizmada  $c$  to‘g‘ri chiziq, uning proyeksiyasi  $F_5$  va  $K_{20}$  bir nuqtaga tushadi.

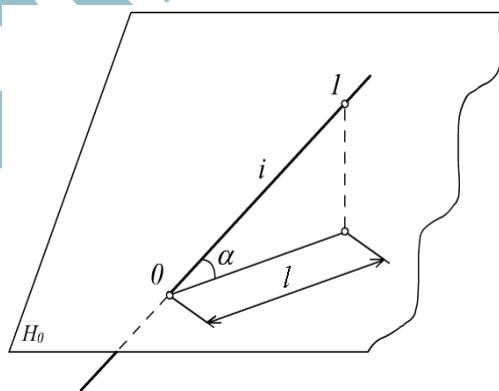


4-rasm

To`g`ri chiziqning  $H_0$  tekislikdagi proyeksiyasi uning qo`ymasi deyiladi. 1-rasmdagi  $DB$  kesmaning  $H_0$  tekislikdagi  $D_oB_o$  proyeksiyasi uning qo`ymasıdır. To`g`ri chiziqning  $H_0$  tekislikka nisbatan qiyaligi ( $i$ )  $BB_0$  ning  $C_oB_o$  ga nisbatiga, ya`ni  $iqBB_0qC_oB$  ga tengdir, boshqacha aytganda to`g`ri chiziq kesmasi uchlari ayirmasining uning qo`ymasiga nisbati to`g`ri chiziqning qiyaligi deyiladi. Demak, to`g`ri chiziq o`zining bitta nuqtasi ( $A_5$ ) va qiyaligi ( $iqI:3$ ) bilan ham berilishi mumkin ekan (5-rasm).



5-rasm

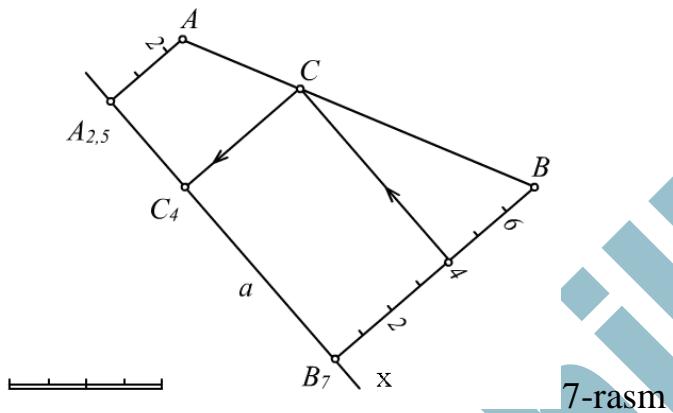


6-rasm

To`g`ri chiziqning bir birlik ko`tarilishidagi kesmasining qo`ymasi uning intervali deyiladi va  $l$  harfi bilan belgilanadi (6-rasm), bundan  $iqlql$ .

Demak, kesma intervali uning qiyaligi bilan teskari proporsional ekan, ya`ni  $lqlqi$ . Pozitsion masalalarni yechishda ko`pincha to`g`ri chiziq kesmasini interpolyatsiyalashga to`g`ri keladi. To`g`ri chiziq ustidagi butun son belgili nuqtalarining proyeksiyalarini topish uni interpolyatsiyalash deyiladi. To`g`ri chiziqni interpolyatsiyalash kesmani proporsional bo`laklariga bo`lish qonuniyatiga asoslanadi. Masalan:  $A_{2,5}$  va  $B_7$  nuqtalarining proyeksiyalarini bilan berilgan biror  $a$  to`g`ri chiziqda  $C_4$  nuqtaning proyeksiyasini aniqlashni ko`raylik

(7-rasm).  $AB$  to‘g‘ri chiziqning  $A_{2,5} B_7$  qo‘ymasi orqali vertikal tekislik o‘tkazamiz. Bu tekislikning  $xx$  o‘q atrofida aylantirib  $H_0$  tekislik bilan jipslashtiramiz, u holda  $AB$  kesmani proyeksiyalovchi  $AA_{2,5}$  va  $BB_7$  nurlar  $xx$  o‘qqa perpendikulyar bo‘ladi.  $A_{2,5}$  va  $B_7$  nuqtalar orqali berilgan chiziqli masshtab birligida kesmalar qo‘yib  $A$  va  $B$  nuqtalar aniqlanadi, bu kesma  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi bo‘ladi.  $B_7$  nuqtadan chiqarilgan tik chiziqqa to‘rt belgini aniqlab  $A_{2,5} B_7$  ga parallel ( $4C$ ) o‘tkazib  $C$  nuqtani aniqlaymiz. Bu izlangan nuqta bo‘ladi.

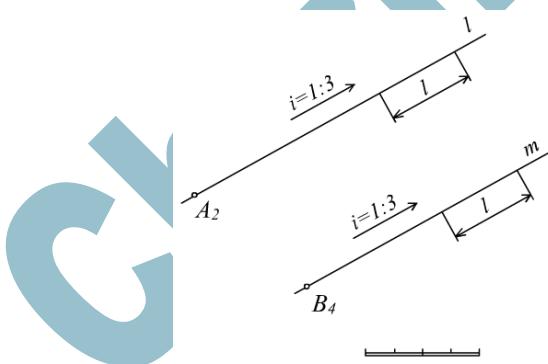


7-rasm

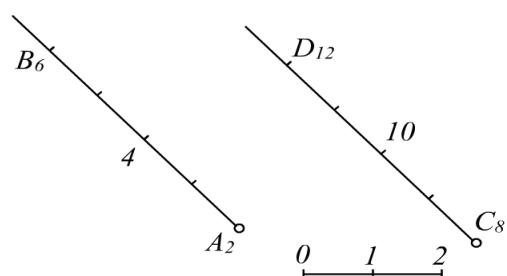
**(a) Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari**

a) O‘zaro parallel to‘g‘ri chiziqlar.

Bunday to‘g‘ri chiziqlarning son belgili proyeksiyalari ham o‘zaro parallel, qiyaliklari va intervallari esa o‘zaro mos ravishda teng bo‘ladi (8-rasm). To‘g‘ri chiziqlar nuqtalarining son belgilari bir tomonga o‘sib boradi (9-rasml).



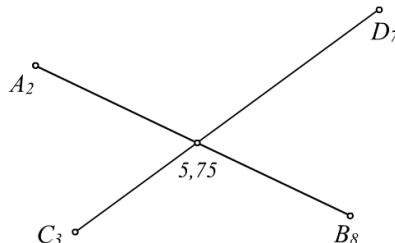
8-rasm



9-rasm

b) O ‘zaro kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar.

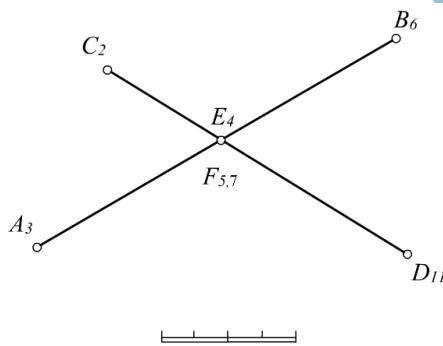
Bunday to‘g‘ri chiziqlarning  $H_0$  proyeksiyalar tekisligidagi qo‘ymalari (proyeksiyalari) o‘zaro kesishadi. Kesishish nuqtasining sonli belgilari har ikki to‘g‘ri chiziq uchun bir xil bo‘ladi (10-rasm).



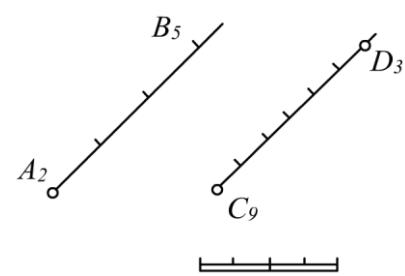
10-rasm

c) Uchrashmas to‘g‘ri chiziqlar.

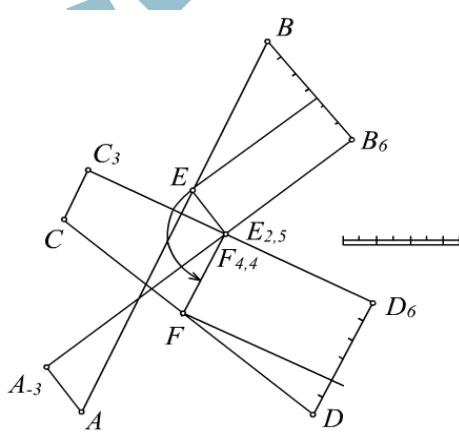
Uchrashmas to‘g‘ri chiziqlarning proyeksiyalari  $H_0$  proyeksiyalar tekisligida o‘zaro kesishuvchi (11-rasm) yoki o‘zaro parallel (12-rasm) vaziyatda tasvirlanadi. Birinchi holda to‘g‘ri chiziq proyeksiyalarining kesishish nuqtasida ikki son belgili (11-rasmida  $E_4$  va  $F_{5,7}$ ) bo‘ladi. Ikkinchchi holda esa to‘g‘ri chiziqlarning proyeksiyalari o‘zaro parallel bo‘lib son belgilarining o‘sishi turli tomonga yoki intervallari turlich bo‘lishi mumkin. Endi, prektsiyalarini kesishuvchi, bo‘lgan  $AB$  va  $CD$  to‘g‘ri chiziq kesmalarining fazodagi holatini ko‘raylik.



11-rasm



12-rasm

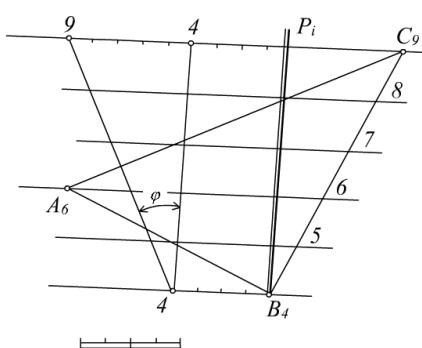


13-rasm

Berilgan to‘g‘ri chiziqlar kesmalarining proyeksiyalari  $A_{-3}$   $B_6$  va  $C_3$   $D_6$  bo‘lib ular kesishuvchi bo‘lsin (13-rasm).  $AB$  kesmadagi  $E$  nuqta va  $CD$  dagi  $F$  nuqtalar raqobatlashuvchi nuqtalardir.  $AB$  kesma orqali  $H_0$  ga perpendikulyar  $N$  tekislik va  $CD$  kesma orqali

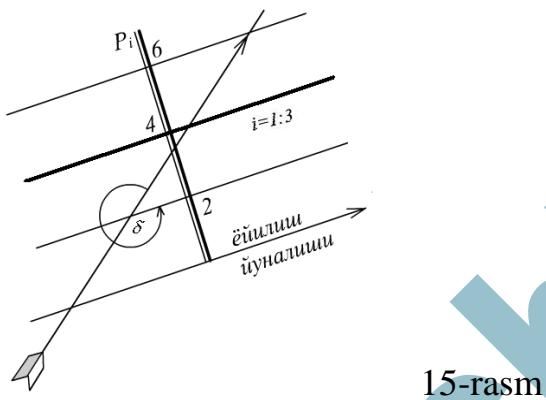
esa  $H_0$  ga perpendikulyar  $L$  tekislik o'tkazamiz va bu tekisliklarni  $H_0$  bilan jipslashtirib  $AB$  va  $CD$  kesmalarining haqiqiy kattaliklariga ega bo'lamiz. Raqobatlashuvchi nuqtalardan biri (masalan  $E$ )ning  $AB$  dagi o'rnnini topsak, uning son belgisi 2,5ga mos keladi. 13-rasmdan ko'rinish turibdiki, bu nuqta ( $E_{2,5}$ )ga mos nuqta  $FF_{4,4}$  bog'lovchi chiziqda, demak raqobatlashuvchi  $F$  nuqtaning son belgisi 4,4 ekan. Demak,  $AB$  va  $CD$  kesmalar o'zaro uchrashmas to'g'ri chiziqlar ekan.

Fazodagi ixtiyoriy umumiy vaziyatdagi  $P$  tekislikning  $H_0$  proyeksiyalari tekisligidagi proyeksiyasi  $ABC$  uchburchak orqali berilgan (14-rasm). Uchburchak uchlarining son belgilari mos ravishda 6,4 va 9 bo'lsin. Tekislikning bu usulda berilishi son belgili proyeksiyalarda metrik va pozitsion masalalar yyechishda ancha noqulaylik tug'diradi. Tekislikning gorizontallari bilan berilishi ancha qulaydir. Buning uchun tekislik graduirovka qilinadi, ya'ni tekislikning butun sonli belgilaridan o'tuvchi gorizontallari topiladi. 14-rasmda  $ABC$  uchburchakning ixtiyoriy tomoni, masalan:  $B_4$   $C_9$  ni interpolyatsiya qilamiz va undagi 5,6,7 va 8 nuqtalarini kesmani teng bo'laklarga bo'lish usulidan foydalanib topamiz.  $BC$  dagi 6 nuqtani  $A_6$  nuqta bilan birlashtirsak, berilgan tekislikning bir xil belgi (6)dan o'tuvchi gorizontaliga ega bo'lamiz. Qolgan son belgilaridan ham tekislikning gorizontallari  $6A_6$  ga parallel qilib o'tkazamiz. Berilgan tekislikning ixtiyoriy nuqtasi (masalan  $B_4$ )dan gorizontallarga perpendikulyar chiziq chizamiz, bu chiziq ( $P_i$ ) tekislikning eng katta og'ma chizig'i bo'lib, u  $P$  tekislikning qiyalik masshtabi deyiladi.  $P$  tekislikning  $H_0$  bilan hosil qilgan burchagi, ya'ni qiyalik (og'ish) burchagi  $\varphi$  ni topish 14-rasmdan tushunarlidir.



14-rasm

Yer sathida (ustida) muhandislik masalalarini yyechishda tekislikni Yer sharining meridianlariga nisbatan mo'ljallash maqsadga muvofiqdir. Agar tekislikning eng katta og'ma chizig'i bo'ylab tekislikni pasayish tomoniga qarab turilsa tekislikning yoyilish yo'nalishi chap tomonga yo'nalgan deb qabul qilinadi. Kompas magnit strelkasining shimalni ko'rsatish qismi bilan tekislikning yoyilish yo'nalishi orqasidagi  $\delta$  burchak tekislikning yoyilish burchagi bo'ladi (15-rasm). Tekislikning pastga yo'nalishi ya'ni gorizontallarining pasayishi, bergshtrix deb ataluvchi belgi bilan tasvirlanadi 15-rasmida gorizontal 4da belgilab ko'rsatiladi.

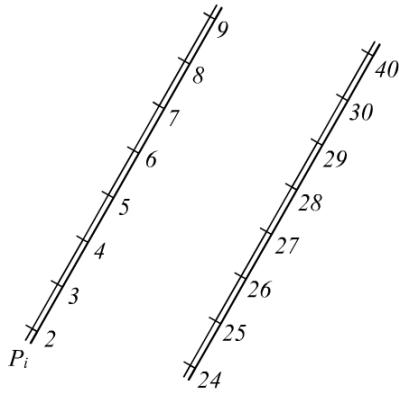


15-rasm

## Статья II. Ikki tekislikning o'zaro vaziyatlari

### a) Parallel tekisliklar.

Agar ikki tekislikning yoyilish burchaklari va qiyaliklari bir xil bo'lsa, bunday tekisliklar o'zaro parallel bo'ladi. Demak, bu tekisliklarning qiyalik masshtablari va gorizontallari o'zaro parallel va intervallari o'zaro teng bo'lib bir tomonga o'sib borishi kerak (16-rasm). Agar tekisliklarning gorizontallari o'zaro parallel bo'lsa, bunday tekisliklar ham o'zaro parallel degan xulosa kelib chiqmaydi, chunki ularning qiyaliklari turlicha yoki qiyalik yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lishi mumkin.

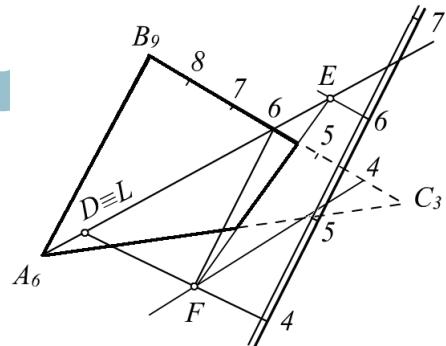


16-rasm

### b) Kesishuvchi tekisliklar

Tekisliklarning o‘zaro kesishuv chizig‘ini topish uchun ularning bir xil belgili gorizontallarini kesishish nuqtalarini topib ularni birlashtirish kifoyadir.

Tekisliklardan biri  $A_6 B_9 C_3$  uchga ega bo‘lgan uchburchak bilan, ikkinchisi esa, qiyalik masshtabi  $P_i$  bilan (17-rasm) berilgan bo‘lsin. Ularning kesishgan chizig‘ini topish uchun  $ABC$  uchburchak tekisligini graduirovka qilib, 4 va 6 belgidagi gorizontallarni o‘tkazamiz.



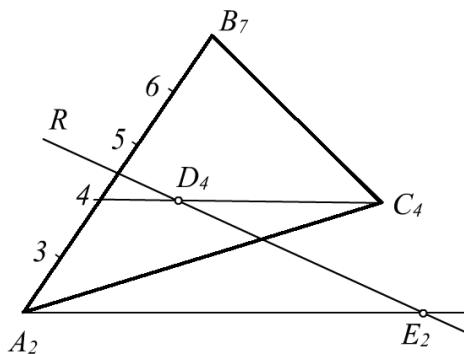
17-rasm

Bu gorizontallar  $P$  tekislikning ham 4 va 6 belgili gorizontallari bilan mos ravishda  $F$  va  $E$  nuqtalarda kesishadi va izlanayotgan chiziqning yo‘nalishini aniqlab beradi.

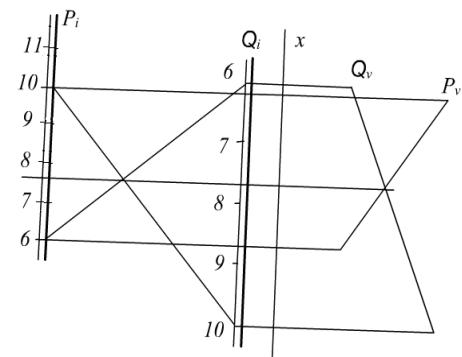
Tekisliklarning ko‘rinar va ko‘rinmas qismlarini aniqlash uchun raqobatlashuvchi nuqtalardan foydalanamiz. Bu  $D$  va  $L$  nuqtalar go‘yoki o‘zaro kesishuvchi gorizontallarga tegishli bo`lsin. Masalan,  $D$  nuqta  $ABC$  uchburchakning 6 belgili gorizontaliga,  $L$  nuqta esa  $P$  tekislikning 4 belgili gorizontaliga tegishli deb olaylik, u holda  $D_6$  va  $L_4$  bo`lib,  $D_6$  nuqta  $L_4$  dan yuqorida joylashadi va uchburchakning  $AB$  tomoni va kesishuv chizig`ini

oralig`idagi qismi ko`rinarli bo`ladi. Bu holat ham 17-rasmdan yaqqol ko`rinib turibdi.

Kesishuvchini tekisliklardan biri  $R$  proyeksiyalovchi bo`lganda kesishuv chizig`ining proyeksiyasi tekislikning izi bilan qo`silib qoladi. Kesishuv chizig`iga tegishli nuqtani topish 18-rasmda keltirilgan. Bunda  $A_2$   $B_7$   $C_4$  tekislik umumiy vaziyatda va  $R$  proyeksiyalovchi holatida berilgan.  $ABC$  tekislikni graduirovka qilib ihtiyoriy 2 ta golizontalini o`tkazib, uni  $R$  tekislikning izi bilan kesishgan  $E_2$  va  $D_4$  nuqtalarini topamiz. Bu nuqtalar kesishuv chizig`iga tegishli bo`ladi.



18-rasm



19-rasm

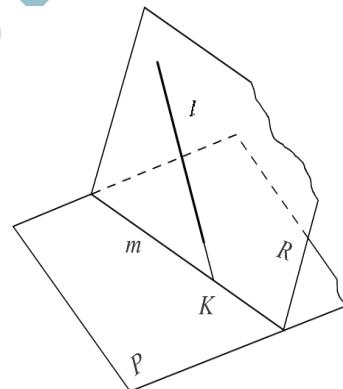
19-rasmda qiyalik masshtablari  $P_i$  va  $Q_i$  bilan berilgan ikki tekislikning o`zaro kesishish chizig`ini topish ko`rsatilgan.  $P_i$  va  $Q_i$  qiyalik masshtablar o`zaro parallel. Tekisliklarning kesishish chizig`ini topish uchun bu tekisliklarning qiyalik masshtablariga parallel bo`lgan birorta vertikal tekislikka proyeksiyalaymiz.

Berilgan  $P$  va  $Q$  tekisliklar bu tekislikka nisbatan proyeksiyalovchi bo`lib, ularning izlari  $P_v$  va  $Q_v$  bo`ladi. Izlarining kesishuv nuqtasi kesishuv chiziqning proyeksiyasini bo`ladi. Bu tekisliklarning o`zaro kesishish chizig`ini topishning yana bir soddarroq usuli quyidagidan iborat.  $P$  va  $Q$  tekisliklarning qiyalik masshtablaridagi bir xil belgili nuqtalari, masalan, 6 va 10 birlashtirib ularning kesishgan nuqtasini topamiz. Berilgan tekisliklarning gorizontallari o`zaro parallel bo`lgani uchun ularning o`zaro kesishish chiziqlari ham shu nuqtadan o`tib tekislik gorizontallariga parallel bo`ladi.

### To`g`ri chiziq bilan tekislikning kesishishi.

To`g`ri chiziq bilan tekislikning kesishish nuqtasini topish uchun:

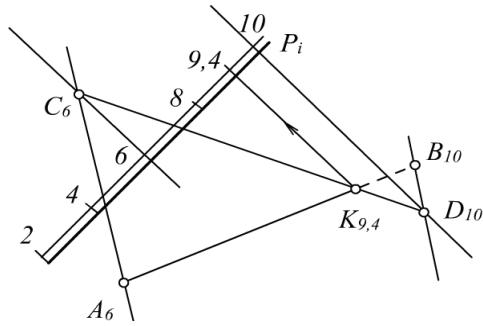
1. Berilgan  $l$  to`g`ri chiziq orqali ihtiyyoriy  $R$  tekislik o`tkaziladi (20-rasm);
2. Yordamchi  $R$  tekislik bilan berilgan  $P$  tekislikning kesishish chizig`i ( $mqR \cap P$ ) yasaladi.
3. Hosil bo`lgan  $m$  chiziq bilan berilgan  $l$  to`g`ri chiziqning kesishish nuqtasi ( $Kql \cap m$ ) aniqlanadi. Shu  $K$  nuqta izlangan nuqta bo`ladi.



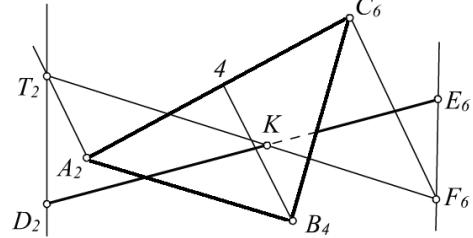
20-rasm

21-rasmda  $P$  tekislik  $P_i$  qiyalik masshtabi bilan va  $l$  to`g`ri chiziq  $A_6B_{10}$  kesma orqali berilgan.  $P$  tekislikni  $l$  to`g`ri chiziq bilan kesishgan nuqtasini topish uchun to`g`ri chiziqning ihtiyyoriy 2ta, masalan, 6 va 10 son belgilardan gorizontallar o`tkazamiz.  $P$  tekislikning ham 6 va 10 sonli belgilari orqali uning gorizontallarini o`tkazib, bir xil son belgili gorizontallarning kesishish nuqtalari  $C_6$  va  $D_{10}$  ni topamiz. Bu chiziq ikki tekislikning o`zaro kesishish chizig`i bo`ladi.

$C_6D_{10}$  bilan  $A_6B_{10}$  kesmalarining kesishgan nuqtasi  $K_{9,4}$  izlangan nuqta bo`ladi.



21-rasm



22-rasm

22-rasmda tekislik  $A_2B_4C_6$  uchburchak orqali, to`g`ri chiziq esa  $D_2E_6$  son belgilariga ega bo`lgan kesma orqali berilgan. Tekislik bilan to`g`ri chiziqning kesishish nuqtasini topish uchun tekislikni va to`g`ri chiziqni graduirovka qilib 2 ta bir xil son belgilaridan gorizontallari o`tkazaladi. 22-rasmdan masalaning yechimini anglab olish qiyin emas.